ZESZYTY NAUKOWE WYŻSZEJ SZKOŁY INŻYNIERSKIEJ W OPOLU
Seria: MATEMATYKA z. 4 Nr kol. 81/1983

URSZULA WYBRANIEC-SKARDOWSKA
Instytut Matematyki WSP w Opolu

BADANIA JERZEGO SŁUPECKIEGO NAD SYLOGISTYKĄ ARYSTOTELESA [1] I ICH REZONANS WE WSPÓŁCZESNEJ LOGICE

Streszczenie. Na tle dorobku naukowego Łukasiewicza, na tle wydarzeń historycznych oraz w świetle nowszych badań logicznych ukazuje się doniosłość badań Jerzego Słupeckiego w zakresie sylogistyki Arystotelesa.

1. Uwagi wstępne

Czy mogę i czy powinnam wracać do tematu, o którym wiele już pisano, wiele mówiono, a który - wobec zdobyczy współczesnej logiki matematycznej - mógłby zdawać się zdezaktualizowanym ?

Co rychło pragnę więc zaznaczyć, że niniejszy, eseistyczny artykuł, oparty na autoreferacie mojego odczytu (zob. odnośnik 1), odzwierciedla też moje stanowisko w tej kwestii. Na tle dorobku naukowego Łukasiewicza w zakresie sylogistyki Arystotelesa, na tle historycznych wydarzeń oraz w świetle nowszych badań logicznych staram się ukazać doniosłość badań Jerzego Słupeckiego oczyma Jego nauczyciela - Jana Łukasiewicza - oraz Jego uczennicy - autorki opracowania.

Zacznę od słów Jerzego Słupeckiego zaczerpniętych z artykułu [33], w którym to J. Słupecki, omawiając pracę [18] dotyczącą zagadnień zaliczanych do jednego z najważniejszych kierunków twórczości Łukasiewicza, pi-

---

1) Temat odczytu wygłoszonego na 25-ej Konferencji Historii Logiki, poświęconej dorobkowi uczonych polskich w okresie dwudziestolecia międzywojennego, zorganizowanej przez Zakład Logiki PAN, 5-7 października 1979 , Kraków. W odczycie nawiązano do niektórych referatów wygłoszonych na 24-ej Konferencji poświęconej twórczości J. Słupeckiego (por. Suchoń [46] i Capińska [8]) oraz uwzględniono pełniejszą charakterystykę badań Profesora, łączących się z sylogistyką.

sze:

„Wyniki swych długoletnich badań nad sylogistyką Arystotelesa zawarł Łukasiewicz w monografii Aristotle's syllogistic from the standpoint of modern formal logic, której pierwsze wydanie ukazało się w Oksfordzie w 1951 r., drugie - w 1957 r. Dzieje tej książki są niezmiernie dramatyczne. Druk pierwszej jej wersji rozpoczął się latem 1939. We wrześniu jednak drukarnia, która ją składała, została całkowicie zniszczona. Jednocześnie spaliła się biblioteka Łukasiewicza wraz ze wszystkimi rękopisami"[6].

Artykuł [17] Łukasiewicza zawierający treść referatu wygłoszonego przezeń 9-go czerwca 1939 r. w Polskiej Akademii Umiejętności, nie zawiera jednak materiału, który nie byłby szczegółowo opracowany we wzmiankowanej monografii. We wstępnej części, Łukasiewicz omawiając zawarte w artykule wyniki zaznacza, iż podaje też „... najnowszy kapitalny wynik ucznia swego p. dra Jerzego Słupeckiego, łączący się organicznie z badaniami autora" (por. przedruk w: [21], s.220).

Wynik Jerzego Słupeckiego Łukasiewicz w pracy tej uznał „za najdonioślejsze odkrycie jakiego dokonano na terenie sylogistyki od czasów Arystotelesa".

To par excellence uznanie nauczyciela dla ucznia ma swoistą wymowę. Czy uzasadnia jednak słuszność przypominania badań J. Słupeckiego, a w szczególności, omawiania wzmiankowanego wyniku ? Teoria Arystotelesa, nawet ujęta przez Łukasiewicza w sformalizowany system, nie ma już przecież znaczącej roli w logice filozoficznej, a w rozumowaniach matematycznych jej zastosowania są raczej nikłe ! Co prawda, wynik J. Słupeckiego wiąże się z badaniami metamatematycznymi nad asertoryczną sylogistyką Arystotelesa zbudowaną przez Łukasiewicza - dotyczy zagadnienia nasycenia tej teorii. Stwierdzenie to, będące pewną wskazówką, nie stanowi jednakże, oczywiście, odpowiedzi na postawione pytanie. Refleksja nad nim niechaj zatem towarzyszy nam podczas śledzenia toku podanych tu rozważań, zawierających kolejno: omówienie pojęcia nasycenia, inaczej - - rozstrzygalności - systemu dedukcyjnego (w rozumieniu Łukasiewicza), formalizację sylogistyki Arystotelesa w ujęciu Łukasiewicza, przedstawienie problemu rozstrzygalności sylogistyki postawionego przez Łukasiewicza, zarysowanie rozwiązania tego problemu przez Słupeckiego oraz omówienie innych wyników Słupeckiego dotyczących sylogistyki, nawiązanie do pewnych nowszych wyników J. Słupeckiego i innych logików oraz do zainspirowanych przez J. Słupeckiego badań uczniów Profesora lub osób związanych z Nim współpracą naukową.

2. Rozstrzygalność systemu dedukcyjnego w rozumieniu Łukasiewicza

Pojęcie rozstrzygalności systemu, którym posługiwał się Łukasiewicz w swoich badaniach nad sylogistyką ([17] i [18]), a także w badaniach nad systemami rachunków zdań ([19] i [20]), opiera się zasadniczo na pojęciu zdania odrzuconego, wprowadzonym po raz pierwszy przez Łukasiewicza w pracy [15].

Łukasiewicz nie używał konsekwentnie terminu „system rozstrzygalny". Stosował też zamiennie terminy: „system nasycony", „system kategoryczny" (por. [21], s.226, 268, 288).

Zagadnienie nasycenia systemów dedukcyjnych ujmował Łukasiewicz w sposób egzemplifikacyjny, nie podając wyraźnej definicji systemu rozstrzygalnego i nie koncentrując swojej uwagi na badaniu własności pojęć zdania odrzuconego i teorii rozstrzygalnej (w jego rozumieniu).

J. Łukasiewicz formułując aksjomatyczną metodę odrzucania wyrażeń systemu dedukcyjnego, przedstawioną w [17], a następnie w [18], do zdań odrzuconych tego systemu zalicza bądź to wyrażenia odrzucone na mocy wyraźnej konwencji - aksjomatycznie - bądź dające się otrzymać z wcześniej odrzuconych w oparciu o dwie reguły odrzucania: odrzucania przez odrywanie i odrzucania przez podstawianie (schematy tych reguł podano w p.3).

Z intuicyjnego punktu widzenia wyrażenia odrzucone danego systemu dedukcyjnego są wyrażeniami fałszywymi lub wyrażeniami, których nie chcielibyśmy z takich, czy innych powodów zaliczyć do tez tego systemu.

W nomenklaturze wprowadzonej przez Słupeckiego, rozstrzygalność w rozumieniu Łukasiewicza została nazwana Ł-rozstrzygalnością. Znaczenie terminu „system Ł-rozstrzygalny" - zgodne z pojmowaniem rozstrzygalności systemu dedukcyjnego przez Łukasiewicza - ustala następująca definicja (por. [41], [35], [36], [37] i [38]):

System dedukcyjny wyznaczony za pomocą uporządkowanej trójki:

$$\langle S, A, R \rangle$$

złożonej ze zbioru S wszystkich wyrażeń zdaniowych języka tego systemu, aksjomatyki A oraz zbioru R pierwotnych reguł inferencji jest <u>Ł-rozstrzygalny</u> wtedy i tylko wtedy, gdy istnieją skończone zbiory: zbiór A^{-1} aksjomatów odrzuconych (zawarty w zbiorze S), zbiór R^{-1} pierwotnych reguł odrzucania taki, że spełnione są następujące dwa warunki:

$$\text{I.}\quad T \cap T^{-1} = \emptyset, \qquad \text{II.}\quad T \cup T^{-1} = S,$$

gdzie:

T jest zbiorem wszystkich tez tego systemu,

T^{-1} jest zbiorem wszystkich zdań odrzuconych (najmniejszym zbiorem zawierającym zbiór A^{-1} i zamkniętym ze względu na każdą z relacji wyznaczonych przez reguły odrzucania zbioru R^{-1}) [2].

Warunki I i II nazywamy, odpowiednio, Ł-niesprzecznością i Ł-zupełnością systemu dedukcyjnego wyznaczonego przez układ $\langle S, A, R\rangle$. Charakteryzując dany system za pomocą układu

$$\langle S, A, R, A^{-1}, R^{-1}\rangle \quad \text{lub} \quad \langle S, T, T^{-1}\rangle,$$

podaną wyżej definicję możemy wypowiedzieć słownie następująco:

System dedukcyjny jest Ł-rozstrzygalny wtedy i tylko wtedy, gdy spełnione są następujące dwa warunki:

I. zbiór wszystkich jego tez (wyrażeń uznanych) wyznaczających ten system jest rozłączny ze zbiorem wszystkich jego wyrażeń odrzuconych,

II. każde wyrażenie zdaniowe bądź jest tezą (uznane), bądź jest odrzucone.

3. Formalizacja sylogistyki Arystotelesa w ujęciu Łukasiewicza

Sformalizowany system nawiązujący do teorii nazw Arystotelesa przedstawił Łukasiewicz w książce [16]. Oznaczać go będę symbolem „LA". System LA jest oparty na klasycznym rachunku zdań. Charakteryzując LA nie zastosuję oryginalnej symboliki Łukasiewicza, lecz stosowaną najczęściej we współczesnej literaturze logicznej.

Terminami stałymi słownika systemu LA są symbole stałe rachunku zdań oraz terminy specyficzne:

$$a, \ i,$$

należące do kategorii $\frac{z}{nn}$ - funktorów zdaniotwórczych od dwóch argumentów nazwowych.

Zmiennymi nazwowymi słownika systemu LA są symbole:

$$S, P, M, N, \ldots .$$

Do słownika zaliczamy też nawiasy okrągłe: (,) [3].

Wyrażeniami zdaniowymi atomowymi LA są formuły o postaci:

$$SaP \quad i \quad SiP ,$$

---

[2] W definicjach podanych w cytowanych pracach wymóg, by zbiory A^{-1} i R^{-1} były zbiorami skończonymi nie jest warunkiem koniecznym Ł-rozstrzygalności systemu. Odróżniamy też pojęcie systemu dedukcyjnego od pojęcia systemu aksjomatycznego, czy ogólniej - sformalizowanego (por. dalej p.6.6).

[3] Łukasiewicz nie przyjmuje tej umowy i stosuje w zapisie wyrażeń zdaniowych złożonych systemu LA swoją własną notację beznawiasową.

które, kolejno, czytamy: każde S jest P, niektóre S są P.

Zbiór S_{LA} wyrażeń zdaniowych systemu LA jest najmniejszym zbiorem zawierającym zbiór wyrażeń atomowych i zamkniętym ze względu na spójniki (funktory) rachunku zdań.

Do zbioru S_{LA} należą więc nie tylko wyrażenia atomowe oraz tryby sylogistyczne, jak w tradycyjnej sylogistyce Arystotelesa, lecz takie np. wyrażenia, które z intuicyjnego punktu widzenia uznalibyśmy za prawdziwe, jak:

$$SaM \wedge (MaN \wedge NaP) \Rightarrow SaP \ ,$$
$$MiN \wedge (MaS \wedge NaP) \Rightarrow SiP \ ,$$

a które trybami sylogistycznymi nie są.

Terminami zdefiniowanymi systemu LA są pozostałe stałe tradycyjnej sylogistyki oznaczone symbolami „e" i „o", a zdefiniowane wzorami:

$$SeP \underset{df}{=} \sim SiP \ ,$$
$$SoP \underset{df}{=} \sim SaP \ .$$

Wyrażenia zdaniowe zanotowane przy użyciu tych terminów czytamy kolejno: żadne S nie jest P, niektóre S nie są P.

Wyrażenia atomowe oraz wyrażenia o postaci SeP i SoP zwać będziemy elementarnymi.

Łukasiewicz przyjmuje następujące cztery niezależne aksjomaty:

A1. SaS,

A2. SiS,

A3. $MaP \wedge SaM \Rightarrow SaP$,

A4. $MaP \wedge MiS \Rightarrow SiP$.

Aksjomat A3 odpowiada trybowi sylogistycznemu B<u>a</u>rb<u>a</u>r<u>a</u> tradycyjnej teorii Arystotelesa, aksjomat A4 - trybowi D<u>a</u>t<u>i</u>s<u>i</u>. Aksjomaty A1 i A2 znane są pod nazwą praw tożsamości.

Pierwotnymi regułami inferencji systemu LA są: reguła odrywania r_1, reguła podstawiania za zmienne nazwowe - r_2 oraz reguła definicyjnego zastępowania - r_3. Reguła r_2 pozwala podstawić za zmienne nazwowe występujące w tezach systemu LA jedynie - zmienne nazwowe.

Zbiór wszystkich tez T_{LA} systemu LA, jest zbiorem wszystkich wyrażeń zdaniowych zbioru S_{LA} wyprowadzalnych ze zbioru T_{krz} tez klasycznego rachunku zdań (dokładniej - ze zbioru wyrażeń powstałych z tez klasycznego rachunku zdań przez podstawienie za zmienne zdaniowe wyrażeń zdaniowych LA) oraz ze zbioru aksjomatów $A_{LA} = \{A1, A2, A3, A4\}$ za pomocą reguł zbioru $R_{LA} = \{r_1, r_2, r_3\}$, czyli

$$T_{LA} = Cn\left(T_{krz} \cup A_{LA},\ R_{LA}\right).$$ 4)

Do zbioru T_{LA} należą, w szczególności, wszystkie poprawne tryby sylogistyczne tradycyjnej teorii Arystotelesa, wszystkie prawa kwadratu logicznego oraz prawa konwersji dla asertorycznych zdań kategorycznych.

W celu wyeliminowania niepoprawnych trybów sylogistycznych Łukasiewicz rozszerza system LA wyznaczony przez układ

$$\langle S_{LA},\ A_{LA},\ R_{LA} \rangle$$

wyposażając go w zbiór aksjomatów odrzuconych A_{LA}^{-1}, złożony z dwóch wyrażeń:

$A^{-1}1.$ $\quad PaM \wedge SaM \Rightarrow SiP,$

$A^{-1}2.$ $\quad PeM \wedge SeM \Rightarrow SiP,$

oraz w dwie pierwotne reguły odrzucania: odrzucania przez odrywanie - r_1^{-1}, odrzucania przez podstawianie - r_2^{-1}. Reguła r_1^{-1} ma brzmienie: Jeśli odrzucony jest następnik implikacji będącej tezą, to odrzucony jest jej poprzednik. Reguła r_2^{-1} głosi, że: Jeśli odrzucone jest podstawienie pewnego wyrażenia, to i to wyrażenie jest odrzucone. Gdy α, β są dowolnymi wyrażeniami zdaniowymi, schematy tych reguł przedstawiamy w postaci:

$$r_1^{-1}: \quad \frac{\vdash \ulcorner \alpha \Rightarrow \beta \urcorner \quad \dashv \beta}{\dashv \alpha}, \qquad r_2^{-1}: \quad \frac{\dashv \beta,\ \beta \in Sb(\alpha)}{\dashv \alpha},$$

gdzie $Sb(\alpha)$ jest zbiorem wszystkich podstawień wyrażenia α. W zapisie tych schematów zamiast pisać: $\ulcorner \alpha \Rightarrow \beta \urcorner \in T$, piszemy: $\vdash \ulcorner \alpha \Rightarrow \beta \urcorner$. Podobnie będziemy czynić w przypadku innych schematów reguł systemu aksjomatycznego. Wyrażenie: $\dashv \alpha$ czytamy: α jest odrzucone, lub: jest odrzucone α.

Niech $R_{LA}^{-1} = \{r_1^{-1}, r_2^{-1}\}$, a T_{LA}^{-1} jest zbiorem wszystkich wyrażeń odrzuconych. Wówczas, zgodnie z rozumieniem przez Łukasiewicza pojęcia zdania odrzuconego (por. p.2) mamy:

(*) $$T_{LA}^{-1} = Cn\left(A_{LA}^{-1},\ R_{LA}^{-1}\right)$$

i o zdaniach odrzuconych systemu LA można mówić jako o zdaniach będących

4) Dalej przyjmujemy, że jeśli X jest zbiorem wyrażeń zdaniowych danego systemu dedukcyjnego (niekoniecznie budowanego aksjomatycznie), $\bar{R}$ - zbiorem reguł (uznawania czy odrzucania) przyjętych w tym systemie, „$Cn(X, \bar{R})$" oznacza zbiór wszystkich konsekwencji zbioru X ze względu na tezy systemu i reguły zbioru $\bar{R}$.

konsekwencją aksjomatów odrzuconych ze względu na tezy systemu LA i reguły odrzucania przyjęte w LA, czyli jako o zdaniach mających dowód odrzucania w zwykłym sensie na gruncie zbiorów A_{LA}^{-1} i R_{LA}^{-1} (por. p. 6.6 niniejszej pracy).

Okazuje się, że wyrażeniami odrzuconymi systemu LA są wszystkie niepoprawne tryby tradycyjnej logiki Arystotelesa, lecz

$$(0) \qquad T_{LA} \cup T_{LA}^{-1} \subsetneq S_{LA} ,$$

czyli: istnieje wyrażenie zdaniowe zbioru S_{LA} nie będące ani tezą systemu LA, ani wyrażeniem odrzuconym tego systemu (np. wyrażenie: $PoS \wedge SoP \Rightarrow SeP$; zob. dalej tw. (4), p.4).

Nie jest więc spełniony warunek Ł-zupełności sylogistyki Arystotelesa w ujęciu Łukasiewicza. A skoro nasycenia systemu sylogistyki w tym ujęciu nie można osiągnąć, gdy wyznacza ją uporządkowany układ

$$\langle S_{LA}, A_{LA}, R_{LA}, A_{LA}^{-1}, R_{LA}^{-1} \rangle ,$$

rodzi się pytanie: Czy sylogistyka Arystotelesa jest w ogóle systemem Ł-rozstrzygalnym? Na pytanie to Łukasiewicz sam nie znajduje odpowiedzi.

4. Zagadnienie sformułowane przez Łukasiewicza i jego rozwiązanie podane przez Słupeckiego

Łukasiewicz odznaczał się umiejętnością formułowania wielu interesujących zagadnień teoretycznych. Pozwoliło to kilku jego uczniom, przedstawicielom słynnej w świecie, a działającej w okresie międzywojennym, tzw. warszawskiej szkoły logicznej (zob. Słupecki [34]) uzyskać ciekawe wyniki. Znamienne jest, że cechę tę odziedziczył Jerzy Słupecki i inni uczniowie Łukasiewicza.

Frapujący problem, dotyczący skończonej Ł-rozstrzygalności sylogistyki Arystotelesa postawił Łukasiewicz w grudniu 1937 roku na prowadzonym przez siebie seminarium [5]. Problem ten przedstawił Łukasiewicz w postaci następujących pytań:

1. Czy istnieje układ aksjomatów A systemu LA, przy którym na podstawie reguł zbioru R_{LA} dałoby się udowodnić wszystkie „prawdziwe" [6] wyrażenia

[5] Pewne ustalenia, zawarte w tej i w następnej części artykułu, są oparte na przekazanych mi przez Prof. Jerzego Słupeckiego informacjach ustnych.

[6] „Prawdziwe" wyrażenia sylogistyki to wyrażenia, o których zakłada się intuicyjnie, że nie są fałszywe; wyrażenia fałszywe sylogistyki to wyrażenia zbioru S_{LA} odrzucone czy to aksjomatycznie, czy to na podstawie wcześniej odrzuconych wyrażeń za pomocą przyjmowanych przez Łukasiewicza reguł odrzucania r_1^{-1} i r_2^{-1}.

sylogistyki ?

a w szczególności:

1a. Czy zbiory A_{LA} i R_{LA} wystarczają do dowodu wszystkich „prawdziwych" wyrażeń tego systemu ?

2. Czy istnieje skończony zbiór A^{-1} aksjomatów odrzuconych systemu LA taki, że każde wyrażenie zbioru S_{LA} nie będące tezą zbioru T_{LA} lub tezą otrzymaną w oparciu o inny niż A_{LA} układ aksjomatów, czy też różny od R_{LA} zbiór reguł inferencji jest wyrażeniem odrzuconym ze względu na zbiory A^{-1} i R^{-1}_{LA} ?

Na pytania te Jerzy Słupecki - uczestnik seminariów Łukasiewicza - odpowiedział już na początku 1938 roku, referując rozwiązanie problemu na jednym z kolejnych spotkań naukowych.

Najpierw J. Słupecki wykazuje, że

$$(1) \qquad T_{LA} \cap T^{-1}_{LA} = \emptyset ,$$

a więc, że

(1)a. System sylogistyki w ujęciu Łukasiewicza jest Ł-niesprzeczny.

Żadne zatem wyrażenie zbioru S_{LA} nie jest jednocześnie tezą systemu LA i wyrażeniem odrzuconym tego systemu.

Warto tu odnotować, że

Uwaga 1. W dowodzie twierdzenia (1) J. Słupecki zastosowuje arytmetyczną interpretację systemu LA, znacznie prostszą od arytmetycznej interpretacji, którą - badając poprawność trybów sylogistycznych - odkrył W. Leibniz w 1679 r. i którą - w badaniach nad systemem LA - potrafił spożytkować Łukasiewicz (np. w dowodzie wzoru (0)).

O obu arytmetycznych interpretacjach systemu LA powiemy dokładniej nieco dalej.

J. Słupecki wykazuje następnie słuszność wzoru:

$$(2) \qquad \bigwedge_{A^{-1} \subseteq S_{LA}} \left(|A^{-1}| < \aleph_0 \Rightarrow \bigvee_{\alpha \in S_{LA} \setminus T_{LA}} \alpha \notin Cn(A^{-1}, R^{-1}_{LA}) \right) .$$

Dokładniej, Słupecki dowodzi, że: Ilekolwiek zdań odrzucilibyśmy aksjomatycznie, zawsze będzie istniało wyrażenie proste w zbiorze S_{LA} nie będące tezą LA, którego ze względu na te zdania i w oparciu o reguły zbioru R^{-1}_{LA} nie można odrzucić.

Określenie wyeksponowanego w tekście terminu jest następujące:

Wyrażenie proste jest to implikacja, której poprzednik jest koniunkcją prostą, następnik - wyrażeniem elementarnym; koniunkcja prosta to bądź wyrażenie elementarne, bądź koniunkcja wieloczłonowa takich wyrażeń.

Z twierdzenia (2) wynika więc, że

(2)a. System sylogistyki wyznaczonej przez układ

$$\langle S_{LA}, A_{LA}, R_{LA}, A^{-1}, R_{LA}^{-1} \rangle$$

nie jest Ł-zupełny, przy jakimkolwiek skończonym zbiorze aksjomatów odrzuconych A^{-1}.

Należy odnotować, że tym samym

Uwaga 2. J. Słupecki udzielił negatywnej odpowiedzi na pytanie 2.

Negatywna odpowiedź na pytanie 2. pozostawiała nadal bez odpowiedzi pytanie 1. i 1a. Skłoniło to J. Słupeckiego do wzmocnienia pojęcia zdania odrzuconego poprzez dołączenie do zbioru R_{LA}^{-1} nowej reguły odrzucania, pozostającej w bliskim związku z twierdzeniem tradycyjnej logiki: ex mere negativis nihil sequitur. Reguła Słupeckiego - oznaczać ją będę symbolem „r_S^{-1}" - mówi, iż: Jeśli odrzucone są dwie implikacje, których poprzednikami są wyrażenia typu SeP lub SoP, następnikiem - wyrażenie elementarne lub proste, to odrzucona jest implikacja o tym samym następniku oraz o poprzedniku będącym koniunkcją poprzedników wyjściowych implikacji. Schemat reguły r_S^{-1} możemy zapisać w postaci:

$$r_S^{-1}: \quad \frac{\dashv \alpha \Rightarrow \gamma \qquad \dashv \beta \Rightarrow \gamma}{\dashv \alpha \wedge \beta \Rightarrow \gamma},$$

gdzie γ jest wyrażeniem elementarnym lub prostym, α, β - wyrażeniami typu SeP lub SoP.

Niech $\hat{T}_{LA}^{-1}$ jest zbiorem wszystkich zdań odrzuconych w systemie LA wzbogaconym o regułę Słupeckiego r_S^{-1}. Wówczas

$$(\hat{*}) \qquad \hat{T}_{LA}^{-1} = Cn\left(A_{LA}^{-1}, \{ r_1^{-1}, r_2^{-1}, r_S^{-1} \} \right)$$

i o zdaniach odrzuconych systemu LA wzbogaconego o regułę Słupeckiego można mówić jako o zdaniach będących konsekwencją aksjomatów odrzuconych tego systemu ze względu na tezy LA i trzy reguły: r_1^{-1}, r_2^{-1}, r_S^{-1}, czyli jako o zdaniach mających dowód odrzucania w zwykłym sensie na gruncie zbiorów A_{LA}^{-1} i $\hat{R}_{LA}^{-1} = \{ r_1^{-1}, r_2^{-1}, r_S^{-1} \}$ (por. wzór (*) p.3 oraz p.6.6).

J. Słupecki wykazuje, że

(3) System sylogistyki Arystotelesa wyznaczony za pomocą układu

$$\langle S_{LA}, A_{LA}, R_{LA}, A_{LA}^{-1}, \hat{R}_{LA}^{-1} \rangle$$

jest systemem Ł-rozstrzygalnym, czyli spełnione są warunki:

I. $T_{LA} \cap \hat{T}_{LA}^{-1} = \emptyset$, II. $T_{LA} \cup \hat{T}_{LA}^{-1} = S_{LA}$.

Twierdzenie (3) pozwala skonstatować, że

Uwaga 3. J. Słupecki podał pozytywną odpowiedź na pytanie 1a., a tym samym pozytywną odpowiedź na pytanie 1.

Należy tu zasygnalizować, że Łukasiewicz (zob. [21] s.226, 227) udowodnił zbędność aksjomatu $A^{-1}2$ po wzbogaceniu LA o regułę Słupeckiego. Tak więc

(3)a. System sylogistyki wyznaczony za pomocą układu

$$\langle S_{LA}, A_{LA}, R_{LA}, \{A^{-1}1\}, \hat{R}^{-1}_{LA} \rangle$$

jest Ł-rozstrzygalny.

Zasygnalizujmy, że

Uwaga 4. Sformułowane przez Łukasiewicza w grudniu 1937 roku zagadnienie dotyczące Ł-rozstrzygalności sylogistyki Arystotelesa zostało rozwiązane przez Słupeckiego w pierwszych miesiącach 1938 roku (por. Uwaga 2 i 3)

oraz, że

Uwaga 5. W dowodzie warunku I twierdzenia (3) J. Słupecki posłużył się interpretacją Leibniza, w dowodzie warunku II tego twierdzenia - metodą transformowania wyrażeń do specjalnej równoważnej postaci.

O istnieniu arytmetycznej interpretacji Leibniza dla sylogistyki Słupecki dowiedział się z referatu Łukasiewicza wygłoszonego w 1937 roku w Polskim Towarzystwie Logicznym.

W interpretacji Leibniza każdej zmiennej przyporządkowana jest uporządkowana para liczb całkowitych względnie pierwszych, przy czym pierwsza z nich jest dodatnia, druga - ujemna. Zdanie typu SaP jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy pierwszy element pary przyporządkowanej terminowi S jest dzielnikiem pierwszego elementu pary przyporządkowanej terminowi P, zaś drugi element pary przyporządkowanej zmiennej S jest dzielnikiem drugiego elementu pary przyporządkowanej zmiennej P. Zdanie o postaci SiP jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy, gdy pierwszy element pary przyporządkowanej terminowi S jest względnie pierwszy z drugim elementem pary przyporządkowanej terminowi P, a drugi element pierwszej pary - względnie pierwszy z pierwszym elementem drugiej pary.

J. Słupecki, w oparciu o uzyskane wcześniej wyniki, udowodnił (1938r.) ciekawe twierdzenie o pełności systemu LA dla arytmetycznej semantyki (dla sylogistyki) podanej przez Leibniza:

(4) W interpretacji Leibniza prawdziwe są te i tylko te wyrażenia zdaniowe zbioru S_{LA}, które należą do zbioru T_{LA} tez systemu sylogistyki, wyznaczonego przez układ $\langle S_{LA}, A_{LA}, R_{LA}, A^{-1}_{LA}, \hat{R}^{-1}_{LA} \rangle$.

W dowodzie implikacji prostej Słupecki istotnie wykorzystuje twierdzenie (3), war. II $(\alpha \in S_{LA} \setminus T_{LA} \Rightarrow \alpha \in T^{-1}_{LA})$ oraz fakt, że reguła

r_S^{-1} od wyrażeń fałszywych w interpretacji Leibniza prowadzi w tej interpretacji do wyrażeń fałszywych.

Warto tu nadmienić, że

Uwaga 6. Wszystkie omówione wyniki (tw. (1)-(4)) J. Słupecki uzyskał w 1938 roku pracując jako nauczyciel szkoły średniej i za przedłożone rezultaty swoich badań nad sylogistyką zdobył przed wojną, w konkursie na prace naukowe nauczycieli szkół średnich, I-szą nagrodę.

Uzyskane przez Słupeckiego wyniki (2)-(4) zostały streszczone przez Łukasiewicza w pracy [17]. Wyniki te, jak wiele innych wartościowych wyników, nie zostały jednak opublikowane przez Autora przed wojną. W czasie Powstania Warszawskiego rękopis i maszynopis pracy, w której J. Słupecki omawia swoje badania nad sylogistyką Arystotelesa, uległy spaleniu. Na nowo, podobnie jak to miało miejsce w przypadku Łukasiewicza, J. Słupecki odtwarza swoje wyniki po wojnie i publikuje w [29]. Praca ukazuje się z pewnymi zmianami i zostaje przedstawiona jako dysertacja habilitacyjna. Pracę tę Jerzy Słupecki zadedykował swojemu nauczycielowi - Janowi Łukasiewiczowi.

5. O powojennych wynikach badań J. Słupeckiego nad sylogistyką Arystotelesa

W pracy [29] J. Słupeckiego znajdujemy wzmiankę o pewnej arytmetycznej interpretacji dla sylogistyki w ujęciu Łukasiewicza (Uwaga 1). Terminom zmiennym LA zostają przyporządkowane liczby naturalne większe od 1. Wyrażenie o postaci SaP jest w tej interpretacji prawdziwe wtedy i tylko, gdy liczba przyporządkowana terminowi S dzieli liczbę przyporządkowaną terminowi P ; wyrażenie typu SiP jest w tej interpretacji prawdziwe wtedy i tylko, gdy liczby przyporządkowane zmiennym S oraz P nie są względnie pierwsze.

A oto inne spostrzeżenia:

Uwaga 7. W monografii [29] J. Słupecki w dowodzie warunku I twierdzenia (3) posłużył się prostą interpretacją teoriomnogościową.

W interpretacji teoriomnogościowej zmiennym przyporządkowane są zbiory niepuste, zaś wyrażenie o postaci SaP jest prawdziwe wtedy i tylko, gdy zbiór przyporządkowany zmiennej S zawiera się w zbiorze przyporządkowanym zmiennej P; wyrażenie SiP jest prawdziwe wtedy i tylko , gdy zbiory przyporządkowane zmiennym S oraz P mają niepusty iloczyn.

Uwaga 8. Celem udowodnienia twierdzeń (1)-(4) J. Słupecki w pracy [29] posługuje się inną niż Łukasiewicz definicją zdania odrzuconego; modyfikuje i następnie uogólnia pojęcie zdania odrzuconego.

Rozwijając tę uwagę skonstatujemy, że (por. $(*)$, $(\hat{*})$, tw. (3)a. w nowym ujęciu

J. Słupecki najpierw charakteryzuje system sylogistyki za pomocą układu $\langle S_{LA}, A_{LA}, R_{LA}, \{A^{-1}1\}, \emptyset \rangle$ i wprowadza definicję:

Zdanie odrzucone ze względu na skończony ciąg wyrażeń $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ zbioru S_{LA} i zbiór R_{LA}, to wyrażenie, dla którego istnieje taki wyraz α_i $(1 \leqslant i \leqslant n)$ tego ciągu, który jest wyprowadzalny z niego i aksjomatów A_{LA} za pomocą reguł dowodzenia zbioru R_{LA},

a następnie charakteryzuje system sylogistyki za pomocą układu $\langle S_{LA}, A_{LA}, R_{LA}, \{A^{-1}1\}, \{r_S^{-1}\} \rangle$ i rozszerza wprowadzone w ten sposób pojęcie zdania odrzuconego ze względu na aksjomat $A^{-1}1$ przyjmując indukcyjną definicję pozwalającą stwierdzić, że:

Zdanie odrzucone w szerszym sensie ze względu na $A^{-1}1$ i reguły zbioru R_{LA} oraz regułę r_S^{-1}, to bądź aksjomat odrzucony $A^{-1}1$, bądź wyrażenie odrzucone ze względu na wcześniej odrzucone i zbiór R_{LA} (w podanym przed chwilą sensie), bądź odrzucone na podstawie wcześniej odrzuconych przez zastosowanie reguły r_S^{-1}.

Oznaczając zbiór wszystkich zdań odrzuconych ze względu na ciąg $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ elementów zbioru S_{LA} i zbiór R_{LA} symbolem „$Cn^{-1}(\{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}, R_{LA})$", definicję tego pojęcia w postaci symbolicznej zapisujemy następująco (zob. przypis 4):

$$(\underline{**}) \qquad \alpha \in Cn^{-1}(\{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}, R_{LA}) \Leftrightarrow \bigvee_{\beta \in \{\alpha_1, \ldots, \alpha_n\}} \beta \in Cn(\{\alpha\}, R_{LA}).$$

Zgodnie z tą definicją

$$(**) \qquad \alpha \in Cn^{-1}(\{A^{-1}1\}, R_{LA}) \Leftrightarrow A^{-1}1 \in Cn(\{\alpha\}, \{r_1, r_2\}).$$

Zdanie odrzucone ze względu na $A^{-1}1$ i reguły dowodzenia to wyrażenie, na gruncie którego w oparciu o tezy systemu LA oraz reguły odrywania i podstawiania istnieje dowód w zwykłym sensie aksjomatu odrzuconego $A^{-1}1$ sylogistyki (zob. p.6.6 niniejszego artykułu).

Oznaczając zbiór wszystkich zdań odrzuconych w szerszym sensie na podstawie $A^{-1}1$, reguł zbioru R_{LA} oraz reguły r_S^{-1} symbolem „$Cn'(\{A^{-1}1\}, R_{LA}, \{r_S^{-1}\})$" odnotujemy, że

$(***)$ $\alpha \in Cn'(\{A^{-1}1\}, R_{LA}, \{r_S^{-1}\}) \Leftrightarrow \alpha$ jest wyrażeniem odrzuconym w szerszym sensie ze względu na aksjomat odrzucony $A^{-1}1$, reguły dowodzenia systemu LA i regułę odrzucania Słupeckiego.

Zestawiając omówione do tej pory przedwojenne i powojenne wyniki badań J. Słupeckiego należy stwierdzić, że

Uwaga 9. J. Słupecki, modyfikując i rozszerzając pojęcie zdania odrzuconego, uzyskał dowody twierdzeń (1), (2), (3)a, (4) opierając się na spostrzeżeniach:

(i) $T_{LA}^{-1} = Cn^{-1}(\{A^{-1}1\}, R_{LA})$, (j) $\hat{T}_{LA}^{-1} = Cn'(\{A^{-1}1\}, R_{LA}, \{r_S^{-1}\})$

i oczywiście

(k) $Cn^{-1}(\{A^{-1}1\}, R_{LA}) \subseteq Cn'(\{A^{-1}1\}, R_{LA}, \{r_S^{-1}\})$.

Ze wzorów: (j), (* * *), (* *), ($\hat{*}$) oraz twierdzeń (3) i (3)a wynika, że w badaniach nad Ł-rozstrzygalnością, system sylogistyki Arystotelesa równie dobrze wyznacza układ $\langle S_{LA}, A_{LA}, R_{LA}, \{A^{-1}1\}, \{\hat{R}_{LA}^{-1}\}\rangle$ jak układ $\langle S_{LA}, A_{LA}, R_{LA}, \{A^{-1}1\}, \{r_S^{-1}\}\rangle$. Na podstawie Uwagi 9 stwierdzamy, że;

Uwaga 10. Wzory (*) i ($\hat{*}$), (* *), (* * *) ujawniają możliwość definiowania zdania odrzuconego systemu na trzy różne sposoby. Sposoby definiowania wedle (*) i (* *), czy wedle ($\hat{*}$) i (* * *) są równoważne; nie są równoważne sposoby definiowania wedle (* *) i (* * *).

Z Uwagi 10 skorzystamy w p.6.6 artykułu, z Uwagi 9 – w p.6.7.

Tymczasem, nawiązując raz jeszcze do twierdzenia o Ł-rozstrzygalności systemu sylogistyki Arystotelesa, zasygnalizujmy o pewnym, znacznie nowszym wyniku J. Słupeckiego, do którego nawiążemy w p.6 i w świetle którego, twierdzenie to nabiera nowego blasku. Otóż z twierdzenia (3)a wynika twierdzenie (zob. [41]):

(5). System sylogistyki Arystotelesa wyznaczony przez układ

$$\langle S_{LA}, A_{LA}, R_{LA}, \{A^{-1}1\}, \{r_S^{-1}\}\rangle$$

jest rozstrzygalny w zwykłym sensie przyjętym w logice.

Uwaga 11. Do innych zasług J. Słupeckiego [28] należy zaksjomatyzowanie sylogistyki Arystotelesa, w której nie są tezami prawa tożsamości : SaS i SiS (aksjomaty A1 i A2 systemu LA). Takie ujęcie sylogistyki ma swoje usprawiedliwienie w tym, że – jak wykazały badania – Arystoteles nie korzystał z tych praw.

Wagę tego wyniku podkreślił W. Suchoń w [46] [7]. Oznaczmy ten system sylogistyki symbolem „SLA". System SLA jest oparty na niezależnym układzie aksjomatów:

A1'. SaP $\Rightarrow$ SiP ; A2'. SiP $\Rightarrow$ PiS

oraz aksjomatach A3 i A4 systemu LA.

---

7) Na zasadność rozważania systemu rachunku nazw, w którym dopuszcza się by zmienne reprezentowały nazwy puste, przy innej okazji, wskazuje B. Iwanuś [14] powołując się na intuicje I. Dąmbskiej [9]. Niedawno na posiedzeniu Oddziału Opolskiego Polskiego Towarzystwa Matematycznego, B Iwanuś wykazał, iż przyjmując regułę Słupeckiego lub zastępując ją aksjomatami odrzuconymi, przez nieznaczną modyfikację A2' : SiP $\Rightarrow$ SaS otrzymujemy słabszy od SLA, ale w przeciwieństwie doń, Ł – rozstrzygalny system rachunku nazw.

Uwaga 12. W [31] Jerzy Słupecki przedstawia system rachunku nazw zwany ontologią Leśniewskiego i wyodrębnia w nim fragment, który nazywa elementarną ontologią. Można w niej zinterpretować zarówno system sylogistyki SLA jak i pewne, powstałe później niż SLA, systemy sylogistyki z negacją przynazwową, w których dopuszcza się podstawianie za zmienne nazw pustych. W ontologii elementarnej Leśniewskiego istnieją też odpowiedniki ogromnej większości znanych tez systemu LA, czy tez innych systemów sylogistyki - bogatszych od LA, lecz dopuszczających podstawianie za zmienne tylko nazw niepustych.

6. Nowsze rezultaty w kręgu badań J. Słupeckiego nad sylogistyką Arystotelesa [8)]

Umykają często naszej uwadze wartościowe prace naukowe, które - jak zdawać by się mogło - należą już tylko do historii. Poszerza się krąg prac nowych o przyczynki, rozprawy, rzadziej - monografie. Historia uczy, że na bazie starych faktów można przewidywać i odkrywać nowe. Warto nieraz sięgnąć do tych faktów. Bywa, że stanowią one źródło, z którego wywodzą się nowsze, wyodrębnione badania naukowe. Niektóre rezultaty tych badań pozwolą zapewne, z kolei, zatoczyć nowe kręgi, choć same ... przejdą do historii.

6.1. Prekursorem współczesnych badań logicznych związanych z metodą odrzucania był Arystoteles. To właśnie Arystoteles - jak zauważa to Łukasiewicz w [17] i [18] - dla obalania pewnych sylogizmów stosował niekiedy metodę sprowadzania ich do sylogizmów wcześniej odrzuconych.

Wykorzystując swoje spostrzeżenie Łukasiewicz wprowadza do badań metalogicznych aksjomatyczną metodę odrzucania [17] i [18].

Aksjomatyczna metoda odrzucania skutecznie zastosowana i rozwinięta przez Jerzego Słupeckiego w badaniach tyczących sylogistyki Arystotelesa (1938 r. por. Uwaga 4, p.4) znalazła szeroki oddźwięk w literaturze lat powojennych.

J. Łukasiewicz, przebywając na obczyźnie, stosuje ją w badaniach nad logiką intuicjonistyczną [19] oraz zbudowanym przez siebie czterowartościowym systemie modalnym rachunku zdań [20]. W pracy [20] zauważa, że jego system modalny, jak również klasyczny rachunek zdań, wzbogacone o jeden aksjomat odrzucony oraz reguły odrzucania r_1^{-1} - przez odrywanie i r_2^{-1} - przez podstawianie, są nasycone.

8) W ustaleniu i stwierdzeniu pewnych faktów służył mi pomocą maszynopis pełnego referatu J. Słupeckiego i G. Brylla [38], udostępniony mi przez G. Brylla.

Z inspiracji Jerzego Słupeckiego podjęte zostały dalsze badania związane z Ł-rozstrzygalnością systemów dedukcyjnych.

6.2. Kontynuacją badań J. Słupeckiego nad sylogistyką Arystotelesa są trzy prace dwóch logików wrocławskich: W. Staszka [43] i B. Iwanusia [13] i [12] . Dochodzą jeszcze najnowsze wyniki B. Iwanusia (zob. przypis Wzorując się na metodzie dowodu Ł-rozstrzygalności zastosowanej przez J. Słupeckiego w badaniach nad sylogistyką, Iwanuś w [13] podaje dowód Ł-rozstrzygalności sylogistyki z negacją przynazwową. Iwanuś w [12] wykazuje także Ł-rozstrzygalność systemu elementarnej ontologii Leśniewskiego, będącego pewną wersją systemu elementarnej ontologii zaprezentowanego przez Słupeckiego w [31]. Wynik ten należy uznać za interesujący z uwagi na to, że system elementarnej ontologii Leśniewskiego jest teorią znacznie bogatszą niż sylogistyka (zob. Uwaga 12, p.5). Autor przyjmuje dwa niezależne aksjomaty odrzucone, które - zgodnie ze stanowiskiem Leśniewskiego - nie powinny być włączone do zbioru tez systemu ontologii oraz specyficzną dla tego systemu, nie-Łukasiewiczowską regułę odrzucania: odrzucania przez opuszczanie kwantyfikatora ogólnego (omawiany system jest nadbudowany nad węższym rachunkiem kwantyfikatorów bez identyczności). Dowód Ł-zupełności B. Iwanuś osiąga z pomocą środków jedynie syntaktycznych stosując metodę transformowania wyrażeń do specjalnej, równoważnej postaci (por. Uwaga 5, p.4), dowód Ł-niesprzeczności - nie przez wskazanie interpretacji (zob. Uwaga 1 i 5, p.4, i por. Iwanuś [13]), a przez twierdzenie o pełności dla teoriomnogościowej semantyki dla tego systemu (por. tw. (4), p.4).

6.3. Kontynuacją badań Łukasiewicza nad Ł-rozstrzygalnością systemów rachunku zdań zajmują się przedstawiciele opolskiego ośrodka logiczno-matematycznego, którym Jerzy Słupecki kierował przez wiele lat. I tak: G. Bryll i M. Maduch [5] podają dowód Ł-rozstrzygalności dla klasycznego rachunku zdań oraz dowolnych $k+1$ $(k \geq 1)$ logik Łukasiewicza: implikacyjnych, implikacyjno-negacyjnych oraz definicyjnie pełnych, K. Piróg-Rzepecka [24] i [25] - dowód Ł - rozstrzygalności dla przedstawionego w tych pracach pewnego systemu nonsens-logic, G. Bryll i M. Rosiek [6] dokładny dowód dla wzmiankowanego w p. 6.1 systemu modalnego podanego przez Łukasiewicza w [20], J. Słupecki i G. Bryll [37] - dowód Ł - rozstrzygalności dla systemu S5 Lewisa.

We wszystkich tych dowodach korzysta się w sposób istotny z twierdzenia o pełności odwołując się do pojęcia matrycy adekwatnej [9].

9) W pracy: Bryll, Słupecki [7] zawarta jest próba poszukiwania czysto syntaktycznych metod dowodzenia twierdzenia o Ł-rozstrzygalności. Autorzy, wykorzystując jedynie metodę transformowania wyrażeń do równoważnej postaci normalnej, wykazują Ł-rozstrzygalność logiki klasycznej i trójwartościowej logiki Łukasiewicza.

W każdym ze zbadanych Ł-rozstrzygalnych systemów rachunku zdań wystarczy przyjąć jeden aksjomat odrzucony i w każdym, z wyjątkiem systemu S5 Lewisa, Łukasiewiczowskie reguły odrzucania r_1^{-1} i r_2^{-1}. W systemie S5 Lewisa przyjęta została nowa, specyficzna dla tego systemu reguła odrzucania.

6.4. Nasuwa się istotne pytanie: Kiedy dla osiągnięcia nasycenia standardowo sformalizowanego rachunku zdań Łukasiewiczowskie reguły odrzucania nie wystarczają ?

Odpowiedź na to istotne pytanie daje twierdzenie M. Maducha [22]. Stosując oznaczenia podobne jak w p. 2 i 3 możemy je zanotować w postaci:

Dla logiki zdaniowej wyznaczonej za pomocą układu

$$\langle S_L, A_L, \{r_1, r_2\}\rangle$$

istnieje baza skierowana w dół wtedy i tylko wtedy, gdy nie ma ona skończonego pełnego układu aksjomatów odrzuconych.

Baza skierowana w dół dla tej logiki, to taka rodzina $\mathcal{F} \subseteq 2^{S_L}$, że:

1^o $X_1, X_2 \in \mathcal{F} \Rightarrow \bigvee_{X_3 \in \mathcal{F}} X_3 \subseteq X_1 \cap X_2$, 2^o $\bigcap \{X | X \in \mathcal{F}\} = T_L$,

3^o $\bigwedge_{X \in \mathcal{F}} \left(T_L \subsetneq X \wedge X = Cn(X, \{r_1, r_2\})\right)$.

Pełny układ aksjomatów odrzuconych dla danej logiki to taki zbiór $A_L^{-1} \subseteq S_L$, że $T_L^{-1} = S_L \setminus T_L$, gdzie $T_L^{-1} = Cn(A_L^{-1}, \{r_1^{-1}, r_2^{-1}\})$.

Nie istnienie pełnego, skończonego układu aksjomatów odrzuconych dla danej logiki zdaniowej pociąga za sobą oczywiście to, że nie jest ona Ł-zupełna w znaczeniu podanym w p.2.

W oparciu o udowodnione kryterium M. Maduch pokazuje, że intuicjonistyczna logika zdań nie jest Ł-rozstrzygalna. W oparciu o to kryterium A. Gniazdowski [10] udowodnił, że: $\aleph_0$-wartościowa implikacyjno-negacyjna logika Łukasiewicza, logika pozytywna, logika modalna C2 - nie są Ł-rozstrzygalne. Do kryterium Maducha nawiązuje J. Słupecki i G. Bryll w [37].

W dowodzie swego twierdzenia M. Maduch odwołuje się do pracy J. Słupeckiego [32], w której wprowadzone zostało pojęcie funkcji zwanej dziś konsekwencją odrzuceniową oraz pojęcie zdania odrzuconego ogólniejsze od tego, którym posługiwał się Łukasiewicz, a także ustalone zostały podstawowe własności tych pojęć.

6.5. Wzmiankowaliśmy, że Łukasiewicz zajmował się zagadnieniem nasycenia tylko w odniesieniu do konkretnych logik zdaniowych (p.2). W tekstach jego prac [17], [18], [19], [20] tkwi implicite ogólna definicja pojęcia systemu nasyconego. Wyraźną definicję tego pojęcia, w oparciu o definicję konsekwencji odrzuceniowej podał J. Słupecki. Znajdujemy ją po raz pierwszy w pracy wspólnej: Słupecki, Bryll, Wybraniec-Skardowska [41].

Konsekwencja odrzucaniowa jest funkcją, której lewą i prawą dziedziną jest rodzina wszystkich podzbiorów zbioru S wszystkich wyrażeń zdaniowych języka ustalonego systemu dedukcyjnego. Definicja tej funkcji zostaje wprowadzona przez J. Słupeckiego [32] na gruncie ogólnej teorii systemów dedukcyjnych zbudowanej przez A. Tarskiego w [47]. W teorii tej „S" jest terminem pierwotnym. Jej drugi termin pierwotny „Cn" oznacza operację konsekwencji finitystycznej. Omawianą funkcję oznaczamy symbolem „Cn^{-1}". Jej definicja jest następująca (zob. (**), p.5):

$$(\overline{**}) \qquad \alpha \in Cn^{-1}X \Leftrightarrow \bigvee_{\beta \in X} \beta \in Cn\{\alpha\}.$$

Zbiór $Cn^{-1}X$ jest wartością funkcji Cn^{-1} dla argumentu X. Jego elementy nazwane zostają zdaniami odrzuconymi ze względu na zdania zbioru X.

Nietrudno dostrzec analogię definicji ($\overline{**}$) do definicji (**), którą posłużył się Słupecki w badaniach nad sylogistyką Arystotelesa, modyfikując to pojęcie zdania odrzuconego, którym posługiwał się Łukasiewicz. Pojęcie zdania odrzuconego przeniesione na grunt rozważań meta-metamatematycznych zostaje w ten sposób istotnie uogólnione. Z definicją zbioru $Cn^{-1}X$ skojarzona jest następująca intuicja: Jeśli zbiór X, ze względu na który odrzucane są zdania, jest zbiorem zdań fałszywych, to zbiór $Cn^{-1}X$ jest zbiorem zdań fałszywych. J. Słupecki dowodzi, że funkcja Cn^{-1} jest addytywną konsekwencją finitystyczną. Można więc powiedzieć, że konsekwencja odrzucaniowa Cn^{-1} jest w pewnym sensie „odwrotna" do konsekwencji Cn lub inaczej „antyniezawodna" (w terminologii zaproponowanej przez R. Suszko) podczas, gdy o Cn zakłada się intuicyjnie, że jest niezawodna.

Dalsze własności funkcji Cn^{-1} oraz wielu pojęć pokrewnych, związki między tymi pojęciami badała U. Wybraniec-Skardowska [50], a następnie G. Bryll [2] na bazie teorii systemów dedukcyjnych opartych na klasycznej logice, teorii zaprezentowanej przez A. Tarskiego w [48]. W monografii [51], głównie w części G. Brylla [3], została też przedstawiona próba zastosowania wyników wcześniejszych badań w formalizacji pewnych problemów metodologii nauk empirycznych. Omawiane badania dotyczyły teorii zdań odrzuconych i były prowadzone pod kierunkiem naukowym Profesora Jerzego Słupeckiego - twórcy tej teorii. Niejako podsumowaniem wyników uzyskanych w tym zakresie przez Słupeckiego, Brylla, Wybraniec-Skardowską są ich dwa artykuły [41] i [42].

W. Wójcicki w [49] podaje definicję funkcji dCn - dualnej względem konsekwencji finitystycznej Cn :

$$\alpha \in dCnX \Leftrightarrow \bigvee_{Y \subseteq X \wedge |Y| < \aleph_0} \left(\bigcap \{Cn\{\beta\} \mid \beta \in Y\} \subseteq Cn\{\alpha\} \right)$$

i pokazuje, że jest ona również konsekwencją finitystyczną. Konsekwencja ta jest mocniejsza od funkcji Cn^{-1}, tj. $Cn^{-1} \leq dCn$, łączą ją jednak z konsekwencją odrzuceniową ciekawe związki. Niektóre z nich omówione zostały w artykule M. Spasowskiego [27].

Konsekwencja Cn^{-1} jest konsekwencją jednostkową (zob. Wybraniec-Skardowska [50]) wzajemnie dualną z konsekwencją jednostkową Cn^{1} zdefiniowaną wzorem (por. Słupecki, Bryll, Wybraniec-Skardowska [40]):

$$\alpha \in Cn^{1}X \Leftrightarrow \bigvee_{\beta \in X} \alpha \in Cn\{\beta\} .$$

Konsekwencja Cn^{1} jest niezawodna w tym samym sensie w jakim Cn jest niezawodna. Gdy system dedukcyjny ma określoną adekwatną semantykę, konsekwencja Cn^{1} pozostaje w bliskim związku z konsekwencją określoną semantycznie.

Konsekwencja dCn – dualna względem Cn – ma właściwość „antyniezawodności" przy pewnych założeniach odnośnie do Cn. Konsekwencja ta pozwoliła określić i badać tzw. logiki dualne względem logik Łukasiewicza (wyznaczonych czy to przez konsekwencje określone przez matryce – syntaktycznie, czy też przez konsekwencje matrycowe – semantycznie; por.: Malinowski, Spasowski [23]).

Własności funkcji Cn^{-1}, czy pojęć pokrewnych, zostały istotnie wykorzystanie w cytowanych już pracach: Bryll, Maduch [5], Maduch [22], Spasowski [27], a także w pracach: Pogorzelski, Słupecki [39], [26] oraz Staszek [43], [44] i [45].

W pracy W. Staszka [44], dla systemów dedukcyjnych opartych na klasycznej logice, wprowadzono dwa pojęcia dowodów odrzucania i zbadano związki między tymi pojęciami (zob. też: Staszek [43]). Pierwsze z nich ujmuje istotę dowodów odrzucania, którymi posługiwał się Łukasiewicz w badaniach nad sylogistyką Arystotelesa (por. wzór (*), p.3) drugie – ma związek z definicją, którą posłużył się w badaniach nad sylogistyką J. Słupecki (zob. def. (**) i (**), p.5) oraz z definicją konsekwencji odrzuceniowej Cn^{-1} (zob. def. (**)); ujmuje ono też w sposób ogólniejszy zasadę odrzucania podaną przez L. Borkowskiego w [1] (s.100). To drugie pojęcie dowodu W. Staszek wykorzystuje w [44] podając interpretację teorii zdań odrzuconych przedstawionej przez Wybraniec-Skardowską w [50] i w: Słupecki, Bryll, Wybraniec-Skardowska [41].

6.6. W referacie J. Słupeckiego i G. Brylla [38] (zob. przypis 8) omówione zostały trzy różne pojęcia dowodu odrzucania na podstawie aksjomatów odrzuconych dowolnego systemu dedukcyjnego i w nawiązaniu – trzy różne sposoby definiowania pojęć Ł-rozstrzygalności.

Trzy różne sposoby definiowania dowodu odrzucania pozostają w ścisłym związku z trzema sposobami definiowania zdania odrzuconego, o których mówi Uwaga 10 (p.5). Omówimy je tutaj przyjmując, że $\mathcal{S}$ jest dowolnym systemem dedukcyjnym (zbiorem wyrażeń zdaniowych ustalonego języka zamkniętym ze względu na pewną relację, czy pewne relacje, których polem jest ten zbiór; zob. Borkowski [1] s.322) wyznaczonym za pomocą uporządkowanego układu zbiorów:

$$\langle S, A, R, A^{-1}, R^{-1} \rangle, \quad \text{czy} \quad \langle S, T, T^{-1} \rangle.$$

Zbiory: $S, A, R, A^{-1}, R^{-1}, T, T^{-1}$ pojmujemy tak samo jak w p.2. Tak więc $\mathcal{S}$ to zbiór T, dla którego wskazano zbiór zdań odrzuconych T^{-1} (w koncepcji Łukasiewicza - najmniejszy zbiór zawierający zbiór aksjomatów odrzuconych A^{-1} i zamknięty ze względu na każdą relację określoną przez reguły odrzucania zbioru R^{-1}). Zbiór A może być pusty np., gdy $\mathcal{S}$ jest budowany metodą matrycową, czy założeniową. W tym ostatnim przypadku zbiór T jest zbiorem wyrażeń należących do S i mających założeniowy dowód. Gdy $\mathcal{S}$ jest budowany aksjomatycznie ($T = Cn(A,R)$), za pomocą matrycy $\mathfrak{M}$ i zbioru $R \neq \emptyset$ ($T = Cn(E(\mathfrak{M}), R)$, czy za pomocą matrycy $\mathfrak{M}$, zbiorów $A \neq \emptyset$ i $R \neq \emptyset$ ($T = Cn(E(\mathfrak{M}) \cup A, R)$); wyrażenie będące tezą ma, jak powiadamy, dowód w zwykłym sensie na gruncie zbiorów: A i R, $E(\mathfrak{M})$ i R, $E(\mathfrak{M}) \cup A$ i R, odpowiednio. Ogólnie, dla $X \subseteq S$ i $\bar{R} = R$ lub $\bar{R} = R^{-1}$, wyrażenie zbioru $Cn(X,\bar{R})$ ma dowód w zwykłym sensie na gruncie zbiorów X i $\bar{R}$, w oparciu o tezy systemu $\mathcal{S}$ (por. przypis 4), tzn. istnieje ciąg, którego wyrazy bądź należą do X, bądź pozostają z wcześniejszymi wyrazami ciągu w jakiejś relacji wyznaczonej przez reguły zbioru $\bar{R}$.

Ustalmy, że: X jest dowolnym podzbiorem zbioru S, $\alpha \in S$, C jest ciągiem wyrażeń $\alpha_1, \ldots, \alpha_n$ zbioru S. Wyrazy ciągu C traktujemy tu jako wyrażenia - typy (klasy równokształtnych wyrażeń - egzemplarzy). Każda z trzech różnych definicji pojęcia dowodu odrzucania w systemie $\mathcal{S}$ będzie uwzględniała relatywizację do zbioru X i co najmniej do jednego ze zbiorów pierwotnych reguł - R lub R^{-1}. Każda z definicji jest oczywiście zrelatywizowana do zbioru T wyznaczającego system $\mathcal{S}$, czego formułując definicje wyraźnie nie zaznaczamy.

(d_1) Ciąg C jest dowodem odrzucania (w znaczeniu zwykłym) wyrażenia α na gruncie zbioru X i reguł odrzucania zbioru R^{-1} wtedy i tylko, gdy dla każdego i ($1 < i \leq n$) bądź $\alpha_i \in X$, bądź α_i pozostaje w stosunku do wcześniejszego, czy wcześniejszych wyrazów ciągu C w jakiejś relacji wyznaczonej przez regułę zbioru R^{-1}, oraz $\alpha_n = \alpha$.

(d_2) Ciąg C jest zmodyfikowanym dowodem odrzucania wyrażenia α na gruncie zbioru X i reguł dowodzenia zbioru R wtedy i tylko, gdy C jest dowodem w zwykłym sensie wyrażenia α_n na gruncie zbioru

$\{\alpha\}$ i reguł dowodzenia zbioru R (oraz reguły podstawiania, o ile jest ona regułą wtórną w $\mathcal{S}$), w oparciu o tezy zbioru T, oraz $\alpha_n \in X$ i $\alpha_1 = \alpha$.

(d_3) Ciąg C jest uogólnionym dowodem odrzucania wyrażenia α na gruncie zbioru X i reguł zbioru R lub R^{-1} wtedy i tylko, gdy dla każdego i $(1 \leq i \leq n)$ bądź $\alpha_i \in X$, bądź α_i ma dowód odrzucania w sensie (d_2) albo w sensie (d_1) na gruncie zbioru wyrażeń będących wyrazami ciągu C, które mają już dowód odrzucania w którymś z tych znaczeń na gruncie zbioru pewnych wyrażeń tego ciągu, oraz istnieje takie j $(1 \leq j \leq n)$, że $\alpha_j = \alpha$ [10].

Zbiory wyrażeń zdaniowych systemu $\mathcal{S}$ mających dowody odrzucania odpowiednio: w sensie (d_1), (d_2), (d_3), oznaczamy kolejno przez: $Cn(X, R^{-1})$, $Cn^{-1}(X, R)$, $Cn^{!}(X, R, R^{-1})$. Każdy z wymienionych zbiorów nazywamy wówczas zbiorem zdań odrzuconych systemu $\mathcal{S}$ ze względu na zbiór X i pierwotne reguły przyjęte w tym systemie. Dla odróżnienia tych zbiorów wskazujemy odpowiedni zbiór czy zbiory reguł.

Jest oczywiste, że zgodnie z koncepcją Łukasiewicza (zob. wzór $(*)$, p.3):

$$(\overline{*}) \qquad T^{-1} = Cn(A^{-1}, R^{-1}) \text{ [11]}.$$

Definicje (d_1) i (d_2) pozwalają uogólnić pojęcia dowodów odrzucania wprowadzone przez Staszka [44]. Definicja (d_1) ujmuje Łukasiewiczowską ideę dowodów odrzucania i nawiązuje do definicji $(*)$ i $(\hat{*})$, podanych w p.3 i p.4. Definicje (d_2) i (d_3) nawiązują, kolejno, do definicji $(\underline{**})$ i $(***)$ (zob. p.5) zastosowanych przez J. Słupeckiego w badaniach nad sylogistyką Arystotelesa. Obie, z nieistotnymi zmianami, zostały sformułowane przez Słupeckiego [35] i [36]. Definicja (d_2) nawiązuje do definicji $(\overline{**})$ konsekwencji Cn^{-1} (zob. p.6.5), a jednocześnie do idei Arystotelesa dotyczącej obalania sylogizmów przez sprowadzanie ich do wcześniej odrzuconych. W oparciu o idee Arystotelesa i Łukasiewicza powstaje nowa koncepcja odrzucania zdań – zgodnie z (d_3). Można ją niewątpliwie nazwać koncepcją Słupeckiego.

---

10) Wyrazy ciągu C będącego dowodem odrzucania w sensie (d_3) mogą być identyczne. Jest tak, gdy wyraz α_i $(1 \leq i \leq n)$ ma dowód w sensie (d_2) i $\alpha_i \notin X$. Wówczas zbiór, na gruncie którego odrzucamy α_i jest złożony z jednego wyrazu ciągu C np. α_k $(i < k \leq n)$ i α_k jest identyczny z wyrazem ciągu C o numerze wcześniejszym od i.

11) Zbiór T^{-1} jest swoistym systemem – systemem ze względu na odrzucanie (zbiorem wyrażeń zdaniowych zbioru S zamkniętym ze względu na relacje wyznaczone przez reguły odrzucania). Może on być zbudowany taką metodą jaką zbudowany został system $\mathcal{S}$ jako zbiór tez T. Wyznaczając go metodą założeniową należy określić pojęcie, czy pojęcia założeniowego dowodu odrzucania.

6.7. Między zbiorami zdań odrzuconych systemu $\mathcal{S}$ zachodzą związki analogiczne do tych, o których mówi Uwaga 9 (p.5). Zauważmy przede wszystkim, że zachodzą związki analogiczne do wzoru (k). A mianowicie:

(I) (k_1) $Cn(X,R^{-1}) \subseteq Cn'(X,R,R^{-1})$ i $Cn^{-1}(X,R) \subseteq Cn'(X,R,R^{-1})$,

(k_2) $T^{-1} \subseteq Cn'(A^{-1},R,R^{-1})$ i $Cn^{-1}(A^{-1},R) \subseteq Cn'(A^{-1},R,R^{-1})$.

Związki analogiczne do wzoru (i) ujmuje twierdzenie:

(II) Niech R i R^{-1} są zbiorami reguł wzajemnie dualnych systemu $\mathcal{S}$, $R' \subseteq R^{-1}$. Wówczas

(i_1) $Cn(X,R^{-1}) = Cn^{-1}(X,R) = Cn'(X,R,R^{-1}) = Cn'(X,R,R^{-1} \setminus R')$,

(i_2) $T^{-1} = Cn^{-1}(A^{-1},R) = Cn'(A^{-1},R,R^{-1}) = Cn'(A^{-1},R,R^{-1} \setminus R')$.

Przyjmujemy tu definicję:

Reguły $r \in R$ i $r^{-1} \in R^{-1}$ są wzajemnie dualne wtedy i tylko, gdy

1. schemat reguły r^{-1} ma tylko jedną przesłankę odrzuconą i jest ona wnioskiem schematu reguły r,
2. wniosek schematu reguły r^{-1} jest przesłanką schematu reguły r,
3. jeśli przesłanka schematu reguły r^{-1} nie jest odrzucona, jest ona zarazem przesłanką schematu reguły r,
4. schemat reguły r nie posiada innych przesłanek niż wymienione w 2. i 3.

Przykładami zbiorów reguł wzajemnie dualnych w standardowo sformalizowanych systemach rachunku zdań są $\{r_1, r_2\}$ i $\{r_1^{-1}, r_2^{-1}\}$. Zbiory reguł wzajemnie dualnych nie muszą być równoliczne.

Twierdzenie (II),(i_1) wynika stąd, że funkcja Cn, przy założeniu twierdzenia o zbiorach R i R^{-1}, jest konsekwencją jednostkową Cn^1 wzajemnie dualną względem konsekwencji jednostkowej Cn^{-1} (zob. p.6.5) i zachodzi związek: $\alpha \in Cn^1(\{\beta\},R^{-1}) \Leftrightarrow \beta \in Cn^{-1}(\{\alpha\},R)$.

Twierdzenie (II),(i_2) wynika ze wzorów $(\ast)$ i (i_1) natychmiast.

Twierdzenie (II),(i_2), dla standardowo sformalizowanych rachunków zdań, przy użyciu innych założeń, zostało podane przez Słupeckiego w [35].

Zachodzą też związki analogiczne do równości (j):

(III) Niech R^d i R są zbiorami reguł wzajemnie dualnych systemu $\mathcal{S}$, $R^{-1} = R^d \cup R^s$, $R' \subseteq R^d$ i R^s jest zbiorem reguł niedualnych względem każdej reguły dowodzenia (pierwotnej czy wtórnej) systemu $\mathcal{S}$. Wówczas

(j_1) $Cn'(X,R,R^{-1}) = Cn'(X,R,R^s) = Cn'(X,R,(R^{-1} \setminus R') \cup R^s)$,

(j_2) $T^{-1} = Cn'(A^{-1},R,R^{-1}) = Cn'(A^{-1},R,R^s) = Cn'(A^{-1},R,(R^{-1} \setminus R') \cup R^s)$.

Twierdzenie to wynika z poprzedniego oraz z przyjętych definicji. Pewna wersja twierdzenia (III),(j_2) została podana przez Słupeckiego w [35].

Nietrudno dostrzec, że twierdzenia (I), (II) i (III) mają walory aplikacyjne. Ukazują metody modyfikowania i uogólniania pojęcia zdania odrzuconego, wskazują na możliwość przyjmowania różnych definicji pojęcia Ł-rozstrzygalności systemu dedukcyjnego, są przydatne w konkretnych badaniach nad nasyceniem systemów.

Warto tu zwrócić uwagę, że twierdzenie (II) (i_1) pozwala uogólnić kryterium Maducha (p.6.4) na dowolne systemy dedukcyjne o wzajemnie dualnych zbiorach reguł R i R^{-1}.

Twierdzenia te pozwalają też wskazać związki między Ł-rozstrzygalnością a rozstrzygalnością systemów w zwykłym, przyjętym w matematyce i logice, rozumieniu terminu „system rozstrzygalny".

6.8. Ustalenie istotnych związków zachodzących między pojęciami : Ł-rozstrzygalność i rozstrzygalność systemów budowanych aksjomatycznie jest zasługą Jerzego Słupeckiego. W pracy [35] ([36]) Słupecki formułuje dwa twierdzenia, z których drugie jest uogólnieniem pierwszego. Przy założeniu, że każdy ze zbiorów układu

$$\langle S, A, R, A^{-1}, R^{-1} \rangle$$

charakteryzujących dany system jest zbiorem obliczalnym, można je sformułować następująco:

(IV)a. Standardowo sformalizowany, Ł-rozstrzygalny system rachunku zdań, w którym $R^{-1} = \{r_1^{-1}, r_2^{-1}\}$, jest systemem rozstrzygalnym w znaczeniu zwykłym.

(IV) Dowolny Ł-rozstrzygalny system logiczny lub matematyczny taki, że każda z relacji wyznaczonych przez zbiór $R^{-1} \setminus \{r_1^{-1}\}$ jest obliczalna, jest systemem rozstrzygalnym w znaczeniu zwykłym.

Twierdzenie (IV) jest uogólnieniem twierdzenia podanego przez L.Borkowskiego w [1](s.331) i podobnie jak ono wynika z następującego twierdzenia (zob. Grzegorczyk [11],(s.381)):

Jeśli suma dwóch rozłącznych zbiorów rekurencyjnie przeliczalnych jest zbiorem obliczalnym, to zbiory te są również obliczalne, gdyż przy przyjętych umowach i założeniach twierdzenia, wykorzystując twierdzenia (II),(i_2), (III),(j_2) możemy stwierdzić, że zbiory T i T^{-1} są rekurencyjnie przeliczalnymi, rozłącznymi zbiorami, których suma daje obliczalny zbiór - S.

Zauważmy, że z twierdzenia (IV) oraz z twierdzenia (3)a podanego w p. 4 wynika twierdzenie (5), podane w p.5, stwierdzającę rozstrzygalność systemu sylogistyki Arystotelesa. Rozstrzygalnymi w zwykłym sensie są również wszystkie, omówione w p.6.1 i 6.2, Ł-rozstrzygalne systemy logiczne.

Jest widoczne, że twierdzenie (IV) może być w naturalny sposób uogólnione. Jest też widoczne, że pojęcie Ł-rozstrzygalności (nasycenia) może być zdefiniowane dla dowolnych systemów dedukcyjnych, także dla systemów budowanych przy użyciu środków semantycznych - metodą modelowo-semantyczną, że rozważania teoretyczno-syntaktyczne dotyczące nasycenia rachunków zdań mogą być przydatne w rozważaniach teoretyczno-semantycznych.

W opolskim środowisku logicznym, którego działalność zawdzięczamy Profesorowi Jerzemu Słupeckiemu, trwają dalsze badania łączące się z omówionymi w artykule rezultatami badań J. Słupeckiego. Rezultaty te nie pozostają też bez wpływu na badania innych ośrodków logicznych.

7. Refleksje końcowe

Zasadnicze wyniki dotyczące sylogistyki Arystotelesa (twierdzenia (1) - (4), p.4) uzyskuje Jerzy Słupecki przed wojną pracując jako nauczyciel szkoły średniej (Uwaga 6, p.4). Tylko głębokim zainteresowaniom naukowym i pasji twórczej należy chyba przypisać, iż potrafił tak szybko (Uwaga 4, p.4) podać odpowiedź na frapujące Łukasiewicza pytania. Niezłomna wola pracy twórczej w obliczu innych przeciwności: lata wojny, okupacja i jej następstwa, dramat utraty manuskryptu i ... zrekonstruowanie po wojnie swoich wyników w monografii [29], podanie wyników nowych [28] (Uwaga 11, p.5).

Na podkreślenie zasługuje duża różnorodność i doskonalenie stosowanych przez Jerzego Słupeckiego metod zmierzających do rozwiązania nurtującego problemu Ł-rozstrzygalności sylogistyki Arystotelesa (Uwagi 1, 5, 7 oraz 8, 9, 10), a przede wszystkim - sama koncepcja rozwiązania, która nakreśliła, jak to usiłowałam ukazać w p.6, nową linię rozwojową badań nad systemami logicznymi oraz pojęciami metamatematyki stosowanymi w tych badaniach. I nie tylko nakreśliła. Pozwala przewidywać rozwój nowych kierunków badawczych.

Monografia [29] Jerzego Słupeckiego - chociaż należy już do historii - nabiera w tym świetle szczególnego znaczenia. Stanowi dokument o walorach, które pozwalają stwierdzić, że badania Jerzego Słupeckiego nad sylogistyką Arystotelesa mają fundamentalne znaczenie dla rozwoju współczesnej logiki matematycznej.

LITERATURA

[1] BORKOWSKI L.: Logika formalna (Formal Logic). Warszawa, 1970.

[2] BRYLL G.: Kilka uzupełnień teorii zdań odrzuconych (Some supplements of theory of rejected propositions). Zeszyty Naukowe WSP w Opolu, Seria B, Studia i Monografie Nr 22, Opole, 1969, s.133-154.

[3] BRYLL G.: Związki logiczne pomiędzy zdaniami nauk empirycznych (Logical relations between sentences of empirical sciences). Zeszyty Naukowe Wyższej Szkoły Pedagogicznej w Opolu, Seria B, Studia i Monografie Nr 22, Opole, 1969, s.155-216.

[4] BRYLL G.: Rejecting sentences on the ground of the intuitionistic logic. Proceedings of the 24-th Conference on the History of Logic, April 28-30, 1978 Cracow, 1980, s.7-12.

[5] BRYLL G., MADUCH M.: Aksjomaty odrzucone dla wielowartościowych logik Łukasiewicza (Rejected axioms for many-valued logics of Łukasiewicz). Zeszyty Naukowe WSP w Opolu, Matematyka VI, Opole, 1969, s.4-19.

[6] BRYLL G., ROSIEK M.: Nota o Ł-rozstrzygalności pewnej logiki modalnej Łukasiewicza (Note on Ł-decidability of modal logic of Łukasiewicz). Zeszyty Naukowe WSP w Opolu, Matematyka XIII, Opole, 1973, s.153-157.

[7] BRYLL G., SŁUPECKI J.: Syntaktyczny dowód Ł-rozstrzygalności logiki klasycznej i logiki trójwartościowej Łukasiewicza (Syntactic proof of Ł-decidability of classical logic and Łukasiewicz's three-valued logic). Zeszyty Naukowe WSP w Opolu, Matematyka XIII, Opole, 1973, s.131-152.

[8] CAPIŃSKA E.: On some results of J. Słupecki concerning Ł-decidability. Proceedings of the 24-th Conference on the History of Logic, April 28-30, 1978, Cracow, 1980, s.13-15.

[9] DĄMBSKA I.: W sprawie tzw. nazw pustych (On the so called empty names). Przegląd Filozoficzny, t.XLIV, 1948.

[10] GNIAZDOWSKI A.: Nieistnienie skończonych pełnych układów aksjomatów odrzuconych dla pewnych logik zdaniowych (Non-existence of finite complete systems of rejected axioms for certain propositional logics). Zeszyty Naukowe WSP w Opolu, Matematyka XIII, Opole, 1973, s.129-130.

[11] GRZEGORCZYK A.: Zarys logiki matematycznej (The Outline of Mathematical Logic). Warszawa, 1961.

[12] IWANUŚ B.: On Leśniewski's elementary ontology. Studia Logica, vol. XXXI, 1972, s.73-119.

[13] IWANUŚ B.: Proof of the traditional calculus names, Studia Logica, vol.XXXII, 1973, s.131-147.

[14] IWANUŚ B.: W sprawie tzw. nazw pustych (On the so called empty names). Acta Universitatis Wratislaviensis, No 290, Prace Filozoficzne Logika 5, Wrocław, 1976, s.73-90.

[15] ŁUKASIEWICZ J.: Logika dwuwartościowa (Two-valued logic). Przegląd Filozoficzny, t.XXIII, 1921, s.189-205.

[16] ŁUKASIEWICZ J.: Elementy logiki matematycznej (Elements of Mathematical Logic). Skrypt autoryzowany (oprac. M. Presburger), Warszawa, 1929; Wyd. drugie: PWN, Warszawa, 1958.

[17] ŁUKASIEWICZ J.: O sylogistyce Arystotelesa (On Aristotle's syllogistic). Sprawozdania z czynności i posiedzeń Polskiej Akademii Umiejętności, Nr 44, 1939, Przedruk w:[21], s.220-227.

[18] ŁUKASIEWICZ J.: Aristotle's Syllogistic from the Standpoint of Modern Formal Logic, Oxford 1951.

[19] ŁUKASIEWICZ J.: On the intuitionistic theory of deduction. Indigationes Mathematicae; Proceedings, series A, no 3, 1952, s.202-212 (Polish transl. by L. Borkowski: O intuicjonistycznym rachunku zdań, w: [21], s.261-274).

[20] ŁUKASIEWICZ J.: A system of modal logic. The Journal of Computing Systems, v.1, no 3, 1953, s.111-149 (Polish transl. by L. Borkowski: System logiki modalnej, w: [21], s.275-305).

[21] ŁUKASIEWICZ J.: Z zagadnień logiki i filozofii. Pisma wybrane, Problems in logic and philosophy. Selected Papers . Opracował J. Słupecki Warszawa 1961.

[22] MADUCH M.: O Łukasiewiczowskich regułach odrzucania (On Łukasiewicz's rules of rejection). Zeszyty Naukowe WSP w Opolu, Matematyka XIII, Opole, 1973, s.115-122.

[23] MALINOWSKI G., SPASOWSKI M.: Dual counterparts of Łukasiewicz's sentential calculi. Studia Logica, vol.XXXIII, no 2, 1974, s.153--162.

[24] PIRÓG-RZEPECKA K.: Postacie normalne systemu W (Normal Forms of System W). Zeszyty Naukowe WSP w Opolu, Matematyka XIII, Opole, 1973, s.85-109.

[25] PIRÓG-RZEPECKA K.: Systemy nonsense-logic (Nonsense-Logic Systems). Wydawnictwa Opolskiego Towarzystwa Przyjaciół Nauk, PWN, Warszawa--Wrocław, 1977.

[26] POGORZELSKI W.A., SŁUPECKI J.: Dowód pełności klasycznego rachunku zdań na gruncie aksjomatycznej metodologii (Proof of the completeness of the clasical sentential calculus on the axiomatic methodology). Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Wrocławskiego, Seria B, nr 4 , 1962.

[27] SPASOWSKI M.: Some connections between Cn, Cn^{-1} and dCn. Bulletin of the Section of Logic. Institute of Philosophy and Sociology of Polish Academy of Sciences, vol.2, no 1, 1973, s.54-57.

[28] SŁUPECKI J.: Uwagi o sylogistyce Arystotelesa (Remarks to Aristotle's syllogistic). Annales Universitatis M. Curie-Skłodowska, vol. I, no 3, 1946, s.187-191.

[29] SŁUPECKI J.: Z badań nad sylogistyką Arystotelesa. Prace Wrocławskiego Towarzystwa Naukowego (B), nr 6. Wrocław, 1948 (English transl. [30]).

[30] SŁUPECKI J.: On Aristotelian Syllogistic. Seorsum impressum ex vol. IV Commentariorum Societatis Philosophicae, Studia Philosophica, Posnaniae, 1951.

[31] SŁUPECKI J.: St. Leśniewski's calculus of names. Studia Logica, vol. III, 1955.

[32] SŁUPECKI J.: Funkcja Łukasiewicza (The Łukasiewicz function), Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Wrocławskiego, Seria B, Nr 3, 1959, s. 33-40.

[33] SŁUPECKI J.: Jan Łukasiewicz. Wiadomości Matematyczne, s.II, t.XV, 1972, s.73-78.

[34] SŁUPECKI J.: Warszawska szkoła logiczna. Wiadomości Matematyczne , s.II, t.XV, 1972, s.65-72.

[35] SŁUPECKI J.: Ł-rozstrzygalność i rozstrzygalność (Autoreferat). Ruch Filozoficzny, t.XXX, Nr 3-4, 1972, s.305-307 (English transl. [36]).

[36] SŁUPECKI J.: Ł-decidability and decidability. Bulletin of the Section of Logic, Institute of Philosophy and Sociology of the Polish Academy of Sciences, vol.1, no 3, 1972, s.38-43.

[37] SŁUPECKI J., BRYLL G.: Proof of Ł-decidability of Lewis system S5. Studia Logica, vol.XXXII, 1973, s.99-107.

[38] SŁUPECKI J., BRYLL G.: O pojęciu rozstrzygalności w sensie Łukasiewicza (Streszczenie referatu). Materiały z 23-ej Konferencji Historii Logiki, Kraków, 22-24 kwietnia 1977.

[39] SŁUPECKI J., POGORZELSKI W.A.: A variant of the proof of the completeness of the first order functional calculus. Studia Logica, vol.12, 1961, s.125-134.

[40] SŁUPECKI J., BRYLL G., WYBRANIEC-SKARDOWSKA U.: Pewna teoria równoważna teorii systemów dedukcyjnych Tarskiego (A certain theory equivalent to Tarski's theory of deductive systems). Zeszyty Naukowe WSP w Opolu, Matematyka X, Opole, 1970, s.61-67.

[41] SŁUPECKI J., BRYLL G., WYBRANIEC-SKARDOWSKA U.: Theory of rejected propositions, part.I. Studia Logica, vol.XXIX, 1971, s.75-123.

[42] SŁUPECKI J., BRYLL G., WYBRANIEC-SKARDOWSKA U.: Theory of rejected propositions, part.II. Studia Logica, vol.XXX, 1972, s.97-145.

[43] STASZEK W.: Z badań nad klasyczną logiką nazw (On the classical logic of names). Studia Logica, vol.XXV, 1969, s.169-186.

[44] STASZEK W.: On proof of rejection. Studia Logica, vol.XXIX, 1971, s.17-25.

[45] STASZEK W.: A certain interpretation of theory of rejected propositions. Studia Logica, vol.XXX, 1973, s.147-150.

[46] SUCHOŃ W.: Słupecki's papers on syllogistic. Proceedings of the 24-th Conference on the History of Logic, April 28-30, 1978, Cracow, 1980, s.90-92.

[47] TARSKI A.: Fundamentale Begriffe der Methodologie der deductiven Wissenschaften I. Monatshefte für Mathematik und Physik, XXXVII Band, Leipzig, 1930, s.

[48] TARSKI A.: Über einige fundamentale Begriffe der Metamathematik Comptes Rendus des séances de la Société des Sciences et des Lettres de Varsovie, vol. 23, 1930, s.22-29.

[49] WÓJCICKI R.: Dual counterparts of consequence operations. Bulletin of the Section of Logic, Institute of Phylosophy and Sociology of the Polish Academy of Sciences, vol. 2, no 1, 1973, s.54-57.

[50] WYBRANIEC-SKARDOWSKA U.: Teoria zdań odrzuconych (Theory of Rejected Propositions). Zeszyty Naukowe WSP w Opolu, Seria B, Studia i Monografie Nr 22, Opole, 1969, s.5-131.

[51] WYBRANIEC-SKARDOWSKA U., BRYLL G.: Z badań nad teorią zdań odrzuconych (Investigations into the Theory of Rejected Propositions). Zeszyty Naukowe WSP w Opolu, Seria B, Studia i Monografie nr 22, Opole, 1969.

Praca wpłynęła do Redakcji 5 września 1980 roku.

JERZY SŁUPECKI'S INVESTIGATIONS ON ARISTOTLE'S SYLLOGISTIC AND THEIR RESPONSE IN THE CONTEMPORARY LOGIC

(Summary)

The paper deals with the importance of Jerzy Słupecki's studies on Aristotle's syllogistic on the background of the scientific output of Jan Łukasiewicz, the historical events and in light of latest logic investigations.

The article contains the discussion of the saturation notion, otherwise - the decidability of the deductive system in the interpretation of Łukasiewicz (p.2), reminding of Aristotle's syllogistic formalization in Łukasiewicz's formulation (p.3), presentation of his formulation of the saturation problem of this system and the way of solving this problem by Słupecki (p.4), the review of Słupecki's results connected with the studies on Aristotle's syllogistic (p.4 and p.5).

The main aim of this paper is to present in what way the results of Słupecki's studies on Aristotle's syllogistic resounded in the latest conceptions of the Professor and in studies of his pupils and other logicians, in what way they influenced the formation of the rejected propositions theory, in what way they started the new trend of metathematic studies and to inform in what way they might develop and be conducted. This aim is realised in the last part of this paper (p.6) on the basis of the anterior observations and the rich source material.